



# Manuel de Travaux Pratiques

**Mathématiques financières**  
**Filières AGC**  
**TSFC, TSGE, TCE**

*Younes IDRISSE BRI*

*CDC AGC*

# SOMMAIRE

Les intérêts simples .....	5
Les intérêts composés .....	16
Les annuités .....	26
Les emprunts indivis .....	37
Examen de fin de module.....	48
Correction de l'EFM .....	49
Bibliographie.....	51

# Introduction Générale

**« Une main sans la tête qui la dirige est un instrument aveugle ; la tête sans la main qui réalise reste impuissante »**

**Claude Bernard**

Les Travaux Pratiques sont une méthode de formation permettant de mettre en application des connaissances théoriques, la plupart du temps en réalisant des exercices, études de cas, simulations, jeux de rôles, révélations interactives... L'objectif de ce manuel est une initiation à l'acquisition des techniques de base permettant de mettre en évidence les transferts et les techniques mises en œuvre au niveau de la séance de cours et d'adapter les supports pédagogiques en fonctions des techniques étudiées. Chaque séance de cours est divisée en deux parties :

- une partie théorique dont nous rappelons les principaux points à traiter,
- une partie pratique qui comprend au moins deux TP à réaliser par les stagiaires à titre individuel en binôme ou en groupes.

Les sujets abordés ici sont totalement interdépendants et présentent une complexité croissante. Il est donc très conseillé d'assurer une présence continue. Toute absence portera préjudice à la compréhension des séances ultérieures et par conséquent à la réalisation des objectifs.

## FICHE MODULE

Filière	Technicien spécialisé en gestion des entreprises	
Module	Mathématiques Financières	Masse horaire : 60H
Objectif du Module	Le stagiaire doit maîtriser les techniques pour <b>appliquer les notions de Mathématiques Financières</b>	

Séquences		Masse Horaire
N° Séquence	INTITULÉ	
1	Les Intérêts simples	12H30
2	Les Intérêts Composés	15H00
3	Les annuités	15H00
4	Les emprunts indivis	12H30

N.B : 5h est réservé aux évaluations de module

## Fiche séquence

Filière	Technicien spécialisé en gestion des entreprises	
Module	Mathématiques Financières	Masse horaire : 60H00
Séquence N°1	<b>Les intérêts simples</b>	Temps prévu : 12H30
Objectif de la séquence	La stagiaire doit savoir calculer les intérêts simples par différentes méthodes et la valeur acquise	

### Points à traiter

1	Définition et formule de calcul
2	La méthode des nombres et des diviseurs fixes
3	La valeur acquise
4	Taux moyen de plusieurs placement
5	Intérêt précompté et taux effectif de placement
6	Application aux comptes courants et d'intérêts

## Partie Pratique

Objectifs ciblés : savoir calculer des intérêts simples

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP1 : individuellement

Enoncé :

Calculer l'intérêt produit par un capital de 25000 dh placé pendant 2 ans au taux de 9% ?

---

### Corrigé du TP 1 :

C= 25000

t= 9%

n= 2 ans

I= ?

$$\text{alors } I = \frac{25000 \times 9 \times 2}{100} = 4500 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer des intérêts simples

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP2 : individuellement

Enoncé :

Calculer l'intérêt produit par un capital de 72 000 dh placé à intérêts simples pendant 85 jours à 9,5% l'an ?

---

### Corrigé du TP 2 :

C= 72 000

t= 9,5%

n= 85 jours

I= ?

$$\text{alors } I = \frac{72\,000 \times 9,5 \times 85}{36\,000} = 1615 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer des intérêts simples

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP3 : individuellement

Enoncé :

Calculer l'intérêt produit par un capital de 35 000 dh placé à intérêts simples pendant 8 mois à 9% l'an ?

---

### Corrigé du TP 3 :

C= 35 000

t= 9,5%

n= 8 mois , I= ?

$$\text{alors } I = \frac{35\,000 \times 9 \times 8}{1200} = 2100 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer des intérêts simples

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP4 : individuellement

Enoncé :

Calculer l'intérêt des sommes suivantes :

a) 12000DH placés à 6% du 15 avril N au 28 juin N.

b) 22000 DH placés à 5% du 16 août N au 18 octobre N.

c) 8500 DH placés à 5,25% du 30 novembre N au 14 février N+1.

### Corrigé du TP 4 :

a) calcul du nombre de jour :

$$\begin{array}{rcl} 15 \text{ Avril : } (30-15) & = & 15 \\ \text{Mai} & = & 31 \\ \text{Juin} & = & 28 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 15 \\ 31 \\ 28 \end{array}} \right\} 74 \text{ jours}$$

calcul de l'intérêt :

$$I = \frac{12000 \times 6 \times 74}{36000} = 148$$

b) calcul du nombre de jour :

$$\begin{array}{rcl} 16 \text{ Août : } (31-16) & = & 15 \\ \text{Septembre} & = & 30 \\ \text{Octobre} & = & 28 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 15 \\ 30 \\ 28 \end{array}} \right\} 63 \text{ jours}$$

calcul de l'intérêt :

$$I = \frac{22000 \times 5 \times 63}{36000} = 192,5$$

c) calcul du nombre de jour

$$\begin{array}{rcl} \text{Novembre :} & = & 30 \\ \text{Décembre} & = & 31 \\ \text{Janvier} & = & 31 \\ \text{Février} & = & 14 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 30 \\ 31 \\ 31 \\ 14 \end{array}} \right\} 106 \text{ jours}$$

calcul de l'intérêt :

$$I = \frac{8500 \times 4,5 \times 106}{36000} = 112,625$$

Objectifs ciblés : savoir calculer l'intérêt global par la méthode de nombres et des diviseurs fixes

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP5 : individuellement

Enoncé :

calculer l'intérêt global au taux de 12% des capitaux suivants :

- 15000 dh placé pendant 38 jours
- 27000 dh placé pendant 76 jours
- 32000 dh placé pendant 60 jours

---

### Corrigé TP 5 :

Utilisons la formule  $I = \frac{N}{D}$

Le diviseur est  $D = 36000/12$  , **D=3000** , le nombre  $N=C_n \times J_n$

Capital	Jours	Nombre
$C_1= 15\ 000$	$J_1= 38$	$N_1= 570\ 000$
$C_2= 27\ 000$	$J_2= 76$	$N_2= 2052\ 000$
$C_3= 32\ 000$	$J_3= 60$	$N_3= 1\ 920\ 000$

Total : 4520000

$$\begin{aligned} \text{L'intérêt global} &= \frac{570000}{3000} + \frac{2052000}{3000} + \frac{1920000}{3000} \\ &= 190 + 684 + 640 \\ &= 1514 \text{ dh} \end{aligned}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise ou valeur définitive

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP6 : individuellement

Enoncé :

Un individu place 82 500dh pendant 7 mois, à partir du 13 novembre taux annuel de 11 %.  
Combien récupère-t-il à la fin de son placement ?

---

### Corrigé TP 6 :

- Soit I le montant des intérêts :

$$I = \frac{82\ 500 \times 7 \times 11}{1200} = 5\ 293,75 \text{ dh}$$

A la fin du placement, l'individu récupère une somme VD :

$$VD = 82500 + 5293.75 = 87793,75 \text{ dh.}$$

Ou directement :

$$VD = 82500 \left( \frac{1 + 11 \times 7}{1200} \right) = 87\ 793,75 \text{ dh.}$$

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise ou valeur définitive

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP7 : individuellement

Enoncé :

Une personne a placé un capital de 25 200 dh pour une durée allant 27 mai 2012 au 8 août de la même année au taux annuel de 12 %. Combien a-t-elle récupéré à la fin de son placement ?

---

**Corrigé 7 :**

-Nombre de jours entre la date de placement et la date de remboursement

Mai (31-27)	= 4	} 73 jours
Juin	= 30	
Juillet	= 31	
Août	= 8	

A la fin de placement et à la date de remboursement.

$$VD = 25\,200 \left(1 + \frac{12 \times 73}{36000}\right) = 25\,813.8\text{dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise ou valeur définitive

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP8 : individuellement

Enoncé :

Calculer l'intérêt et la valeur acquise par un capital de 108 000 dh placé durant 170 jours à 7% l'an

---

**Corrigé TP 8 :**

- Soit I le montant des intérêts :

$$I = \frac{108\,000 \times 7 \times 170}{36\,000} = 3\,570 \text{ dh}$$

A la fin du placement, l'individu récupère une somme VD :

$$VD = 108\,000 + 3\,570 = 111\,570 \text{ dh.}$$

Ou directement :

$$VD = 108\,000 \left(1 + \frac{7 \times 170}{36000}\right) = 111\,570 \text{ dh.}$$

---

Objectifs ciblés : calculer le taux de placement  
Durée estimée : 20 min  
Déroulement du TP9 : individuellement  
Enoncé :

A quel taux trimestriel a été placé un capital de 12 000 dh qui en 120 jours a apporté un intérêt de 300 ?

---

**Corrigé TP 9 :**

On a les données suivantes :

- Capital : 12 000 dh ;
- Nombre de jours : 120 ;
- Intérêt : 300 dh

Si  $t$  est le taux annuel alors :

$$300 = \frac{12\,000 \times t \times 120}{36\,000}$$

Ce qui donne  $t = 7,5\%$

Le taux trimestriel est  $7,5/4 = 1,875\%$

Donc le taux trimestriel est 1,875% car en intérêt simples sont proportionnels.

---

Objectifs ciblés : calculer le taux de placement  
Durée estimée : 20 min  
Déroulement du TP10 : individuellement  
Enoncé :

Calculer le taux de placement d'un capital de 100 000 dh qui, placé du 12 Avril au 30 juin, a rapporté un intérêt de 1500 dh ?

---

**Corrigé TP 10 :**

On les données suivantes :

- Capital : 100 000 dh ;
- Nombre de jours :  $n = (30-12) + 31 + 30 = 79$  jours
- Intérêt : 1500 dh

$$I = \frac{C \times t \times n}{36\,000} \quad \text{d'où} \quad t = \frac{36\,000 \times I}{C \times n}$$

$$t = \frac{36\,000 \times 1500}{100\,000 \times 79}$$

$t = 6,84\%$  l'an

---

Objectifs ciblés : calculer le capital placé  
Durée estimée : 20 min  
Déroulement du TP 11 : individuellement

Enoncé :

Calculer le capital qui, placé du 20 Mars au 22 septembre au taux de 8% l'an, rapporte un

---

intérêt de 200 dh

---

**Corrigé 11 :**

$$I = \frac{C \times t \times n}{36\,000} \quad \text{d'où } C = \frac{36\,000 \times I}{t \times n}$$
$$n = 186 \text{ jours}$$
$$C = \frac{36\,000 \times 200}{8 \times 186} = 4\,838,71 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : calculer le capital placé

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 12 : individuellement

Enoncé :

Soit un capital placé à 7% l'an pendant 120 jours. Donner le montant de ce capital sachant que sa valeur acquise est égale à 8400 dh .

---

**Corrigé 12 :**

$$V = C + \frac{C \times t \times n}{36\,000} = 8400$$
$$C + \frac{C \times t \times n}{36\,000} = 8400$$
$$C \left[ 1 + \frac{7 \times 120}{36\,000} \right] = 8400$$

D'où :  $C = 8208,47 \text{ dh}$

---

Objectifs ciblés : calculer la durée de placement

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 13 : individuellement

Enoncé :

Calculer la durée de placement d'un capital de 6 000 dh qui placé à 6% l'an ,a rapporté un intérêt de 30 dh ?

---

**Corrigé 13 :**

$$I = \frac{C \times t \times n}{36\,000} \quad \text{d'où } n = \frac{36\,000 \times I}{C \times t}$$
$$n = \frac{36\,000 \times 30}{6000 \times 6} = 30$$

Donc la durée de placement est de 30 jours

---

Objectifs ciblés : calculer le taux moyen de plusieurs placements

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 14 : individuellement

Enoncé :

Soient les trois placements suivants :

- o Placement A : 17 500 dh du 01/07/05 au 05/11/05, à 9 % ;
- o Placement B : 12 000 dh du 12/11/05 au 29/12/05, à 10,5 % ;
- o Placement C : 27 500 dh du 04/04/05 au 12/10/05, à 8,5 %.

Calculer le taux moyen de placement de ces trois capitaux ?

---

**Corrigé 14 :**

Les calculs sont présentés dans le tableau suivant :

C= Capital	J= jours	I=t/100	C j i	C j
17 500	127	0.09	200 025	2 222 500
12 000	47	0.105	59 220	564 000
27 500	191	0.085	446 462.5	5 252 500
		$\Sigma$	705 707.5	8 039 000

$$\text{On sait que : taux moyen} = \frac{\sum_{K=1}^3 C_K T_K J_K}{\sum_{K=1}^3 C_K J_K}$$

$$\text{Donc Taux moyen} = \frac{705\,707,5}{8\,039\,000} = 0.087785 \quad \text{soit} \quad t_m = 8.78\%$$

---

Objectifs ciblés : calculer le taux moyen de plusieurs placements

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 15 : individuellement

Enoncé :

Déterminer le taux moyen des placements suivants :

Capitaux	Taux	Période de placement
16 000	10%	20 Juin au 30 juillet
35 000	9%	20 Juin au 14 Août
54 000	7%	20 Juin au 30 Août
60 000	8%	20 Juin au 15 Septembre



**Corrigé TP 15 :**

$$\frac{16\,000 \times 10 \times 40}{36\,000} + \frac{35\,000 \times 9 \times 55}{36\,000} + \frac{54\,000 \times 7 \times 71}{36\,000} + \frac{60\,000 \times 8 \times 87}{36\,000} =$$

$$\frac{16\,000 \times t_m \times 40}{36\,000} + \frac{35\,000 \times t_m \times 55}{36\,000} + \frac{54\,000 \times t_m \times 71}{36\,000} + \frac{60\,000 \times t_m \times 87}{36\,000}$$

D'où  $t = 7,95\%$  taux moyen des quartes placements

---

Objectifs ciblés : calculer le taux effectif de placement

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 16 : individuellement

Enoncé :

Une personne place à intérêts précomptés une somme de 20 000 dh une année au taux de 8% l'an. Calculons le taux effectif de ce placement

---

**Corrigé TP 16 :**

$$I = \frac{C \times t \times n}{100} = \frac{20\,000 \times 8 \times 1}{100} = 1\,600 \text{ dh}$$

La personne perçoit immédiatement les 1600 dh et cela se passe comme si elle n'avait engagé que 18 400 :  $(20\,000 - 1\,600) = 18\,400$

Après une année cette personne récupère les 20 000 dh, donc elle aura gagné 1 600 en engageant seulement 18 400 dh, est ce pendant une année.

Le taux effectif de placement se calcule de telle manière que :

$$\frac{18\,400 \times t_e \times 1}{100} = 1\,600 ; \text{ d'où } t_e = 8,69\%$$

Ou directement en appliquant la formule suivante  $t_e = \frac{t}{1 - t \times n}$

$$T_e = \frac{0,08}{1 - 0,08} = 0,0869 ; \text{ soit } 8,69\%$$


---

Objectifs ciblés : calculer le taux effectif de placement

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 17 : individuellement

Enoncé :

Un bon d'une valeur nominale de 5000 dh échéant dans deux ans se vend à 4 000 dh .calculer le taux d'intérêt nominal et le taux effectif de placement ?

---

**Corrigé TP 17 :**

1- Le taux nominal est le taux conventionnel . soit  $t$  ce taux annoncé alors :

$$\frac{5000 \times t \times 2}{100} = 1000 \text{ dh} \implies t = 10 \%$$

2- Le taux effectif de ce placement :

$$\text{On sait que } t_e = \frac{t}{1 - t n}$$

$$\text{donc } t_e = \frac{0,10}{1 - (0,10 \times 2)} = 0,125 \quad \text{soit } t_e = 12,5\%$$

Objectifs ciblés : appliquer les intérêts simples aux comptes courant d'intérêt selon la méthode hambourgeoise

Durée estimée : 40 min

Déroulement du TP 18 : sous groupe

Enoncé :

Une personne dispose dans une banque d'un compte courant et d'intérêts pour lequel :

Taux débiteur 9%

Taux créditeur 6%

Date d'arrêter du compte le 30 de chaque mois. au cours du mois de juillet ont été passée les opérations suivantes :

- le 01/07 solde créditeur 23 000 dh ( 30/06)
- le 05/07 retrait d'espèces 12 000 dh (04/07)
- le 12/07 paiement fournisseur 18 000 dh (11/07)
- le 14/07 remise effets à l'encaissement 20 000 dh (15/07)
- le 20/07 dépôt espèces 2500 dh (21/07)
- le 24/07 chèque ordre Mr Rami 19 200 dh (25/07)
- le 27/07 dépôt espèces 30 000 dh (28/07)

entre parenthèse figure la date de valeur

commission de tenu de compte 0,5% sur total des opérations débitrices.

Etablir par la méthode hambourgeoise le bordereau de ce compte et déterminer le solde au 30/07 ?

Corrigé TP 18 :

Date d'opération	opération	Capitaux		Soldes		Date de valeur	Jours	Intérêts	
		Débit	Crédit	Débit	Crédit			Débit	Crédit
01/07	Solde créditeur		23 400		23 400	30/6	4		15,6
05/07	Retrait	12 000			11 400	04/7	7		13,3
12/07	Fournisseur					11/7	4	6,6	
14/07	Remise d'effet	1800	20 000	6600	13 400	15/7	6		13,4
20/07	Dépôt	0	2 500		15 900	21/7	4	2,475	10,6
24/07	Chèque Rami			3300		25/7	3		
27/07	dépôt		30 000		26 700	28/7	2		8,9
30 /07	Soldes intérêts	19 200						9,075	61,8
30/07	Commission de tenue de compte		52,725		26 752,725				
		24,6			26 728,125				
30/07	<b>Solde créditeur</b>				<b>26 728,125</b>				

Le solde est créditeur de 23 400 dh au 30/6 reste à ce niveau jusqu'au 4/7 ( date de valeur à laquelle le solde se modifie). A ce solde créditeur pendant 4 jours , correspond un crédit de :

$$\frac{23\,400 \times 0,06 \times 4}{360} = 15,6$$

On procède ainsi pour chaque opération.

Le dépôt en espèce de 30 000 (valeur de 28/7) est le dernier avant la date d'arrêté du compte .le solde est alors créditeur du 26 700 dh .il restera à ce niveau jusqu'au 30/7.

On incorpore ensuite le solde des intérêt et les différentes commissions. Dans ce cas la commission de tenue de compte est :

$$(12\,000 + 18\,000 + 19\,200) \times 0,5 / 1000 = 24,6$$

Il reste un solde de **26 728 ,125**

Objectifs ciblés : appliquer les intérêts simples aux comptes courant d'intérêt selon la méthode hambourgeoise

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 19 : sous groupe

Enoncé :

Un établissement bancaire tient un compte chèque d'un client SDIKI ;le taux d'intérêt utilisé est un taux réciproque de 1,5% par an .les compte sont arrêtés le 30 pour le mois d'avril ,la période au cours de laquelle ont été réalisé les opérations suivantes :

- solde créditeur : 60 000 dh ( date de valeur le 03 /04)
- remise de chèque à l'encaissement : 20 000 dh (date de valeur 05/4)
- virement effectué par SDIKI au profit d'un fournisseur : 30 000 (date de valeur 17/4)
- remise par SDIKI d'effet à l'encaissement : 25 000 dh (date de valeur 20/4)
- chèque tiré par SDIKI lui-même :15 000 ( date de valeur 20/4)

en utilisant la méthode directe et la technique des nombres et diviseurs fixes, dresser un tableau qui donne du compte du client SDIKI pour le mois d'avril

$$\text{on a } N = 1\,965\,000 \quad ; \quad D = (36\,000 / 1,5) = 24\,000$$

$$I = \frac{N}{D} = \frac{1\,965\,000}{24\,000} = 81,875$$

Opération	Débit (a)	Crédit (b)	Date de valeur	jours	Nombre	
					Débit (a x c)	Crédit(b x c)
Solde créditeur		60 000	30/04	27		162 000
Remise chèque		20 000	05/04	25		500 000
Virement effectué	30 000		17/04	13	390 000	
Remise d'effet à l'encaissement		25 000	20/04	10		250 000
Chèque tiré par Sdiki	15 000		29/04	1	15 000	
Totaux	45 000	105 000			405 000	2 370 000
Balance		60 000				1 965 000
Intérêt acquis au 30/04		81,87				
Solde au 30/04		60 081,87				

## Fiche séquence

Filière	Technicien Spécialisé en Gestion des Entreprises	
Module	Mathématiques financières	Masse horaire : 60H00
Séquence N°2	<b>Les intérêts composés</b>	Temps prévu : 15H00
Objectif de la séquence	Le stagiaire doit savoir appliquer les principes des intérêts composés	

### Points à traiter

1	Application de la formule de capitalisation
2	Distinction entre le taux proportionnel et le taux équivalent
3	Application de la formule d'actualisation
4	Utilisation de la formule générale des intérêts composés.
5	Compréhension du principe de l'équivalence à intérêts composés

## Partie Pratique

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP1 : individuellement

Énoncé :

Une personne dépose 10000 dh le 5 mars 2010 à sa banque ,quelle sera la valeur acquise par son capital le 5 mars 2014 si le taux d'intérêt est 5,24% ?

---

### Corrigé TP1:

Le capital reste placé pendant 4 ans . il recevra le 5 mars 2014 la somme obtenue par la relation  $C_n = C_0(1+t)^n$  :

$$C_4 = 10000(1+0,0524)^4$$

$$\text{soit } C_4 = 12\,266,58 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP2 : individuellement

Énoncé :

M alami place aujourd'hui 5000 dh dans une banque au taux annuel d'intérêt composé de 4,5% . De quelle somme disposera-t-il dans 5ans ,dans 10 ans ,dans 30 ans ?

---

### Corrigé TP2:

Dans 5 ans , la valeur acquise sera :

$$C_5 = 5000(1,045)^5, \text{ soit } C_5 = 6230,91 \text{ dh}$$

Dans 10 ans elle sera :

$$C_{10} = 5000(1,045)^{10}, \text{ soit } C_{10} = 7764,85 \text{ dh}$$

Dans 30 ans elle sera :

$$C_{30} = 5000(1,045)^{30}, \text{ soit } C_{30} = 18\,726,59 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP3 : individuellement

Énoncé :

A quel taux un capital doit- il être placé pour qu'il double en 5 ans ? en 20 ans ?

---

**Corrigé TP3:**

On recherche le taux pur lequel on a  $C_n=2C_0$

La relation  $C_n=C_0(1+i)^n$  implique :  $C_0(1+i)^n=2C_0$  soit

Donc  $i = 2^{1/n} - 1$

Si n vaut 5 ,on obtient :  $i=14,87\%$  et si n vaut 20, on a :  $i = 3,53\%$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise (solution rationnelle et solution commerciale)

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP4 : individuellement

Enoncé :

Donner la valeur acquise par un capital de 160 000 dh au bout de 3 ans et 4 mois, à un taux annuel de 9,25 % ?

- Utiliser la solution rationnelle ?
  - Utiliser la solution commerciale ?
- 

**Corrigé TP 4 :**

a) Solution rationnelle :

$$C_{3+4/12} = 160000 (1,0925)^3 [1+0,0925 \times 4/12]$$

$$= 215\ 066,50 \text{ dh}$$

Le montant des intérêt est

$$215\ 066,50 - 160000 = 55\ 066,5 \text{ dh}$$

b) Solution commerciale :

$$C_{3+4/12} = 160000 (1,0925)^{3+4/12} = 214\ 877,76 \text{ dh}$$

Le montant des intérêt est

$$214\ 877,76 - 160000 = 54\ 877,76 \text{ dh}$$


---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP5 : individuellement

Enoncé :

En utilisant une capitalisation annuelle déterminer la valeur acquise par 10000 dh placés au taux d'intérêt composé de 4,8% pendant 10 ans , pendant 5 ans, pendant 3 ans

---

**Corrigé TP 5 :**

1- On a  $C_0=10000$  ,  $i=4,8\%$  ,  $n= 10$

$$\text{Donc } C_{10}=10000(1,048)^{10}$$

$$C_{10}=15\ 981,33 \text{ dh}$$

2- On a  $C_0=10000$  et  $i=4,8\%$ ,  $n=5$

$$C_{10}=10000(1,048)^5$$

$$C_{10}=12641,73 \text{ dh}$$

3- On a  $C_0=10000$  et  $i=4,8\%$ ,  $n=3$

$$C_{10}=10000(1,048)^3$$

$$C_{10}=11510,23 \text{ dh}$$


---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise et le taux de rendement moyen

Durée estimée : 30 min  
Déroulement du TP6 : individuellement  
Enoncé :

- Une personne effectue les placements suivants pendant 4 ans :
- a-10 000 dh à 7 %;
  - b-25 000 dh à 7,5 %;
  - c-55 000 dh à 9 %.
- 1) Calculer la valeur acquise globale  
2) Donner le taux de rendement moyen de ces placements.
- 

### Corrigé TP 6 :

1) la valeur acquise globale est :

$$10000(1,07)^4 = 13\,107,96 \text{ dh}$$

$$25000(1,075)^4 = 33\,386,73 \text{ dh}$$

$$55000(1,075)^4 = 77\,636,99 \text{ dh}$$

$$124\,131,68 \text{ dh}$$

2) si  $I_R$  est le taux de rendement moyen, l'égalité s'écrit

$$124\,131,68 = (10\,000 + 25\,000 + 55\,000)(1 + I_R)^4$$

Ce qui donne :

$$(1 + I_R)^4 = 1,37924$$

$$I_R = 1,37924^{0,25} - 1$$

$$I_R = 0,0837 \text{ soit un taux annuel de } 8,37\%$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer les taux équivalents

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP7 : individuellement

Enoncé :

- a) Quel est le taux semestriel équivalent au taux annuel de 11 % ?
  - b) Quel est le taux trimestriel équivalent au taux annuel de 10,25 % ?
  - c) Quel est le taux mensuel équivalent au taux annuel de 12 % ?
- 

### Corrigé TP 7 :

a) si  $I_s$  est le taux semestriel équivalent, alors :

$$(1 + i_s)^2 = (1,11) \implies I_s = 1,11^{1/2} - 1$$

$$I_s = 0,0535653$$

$$\text{Soit } I_s = 5,37\%$$

b) si  $I_t$  est le taux trimestriel équivalent :

$$(1 + I_t)^4 = 1,1025 \implies I_t = 1,1025^{1/4} - 1$$

$$I_t = 0,024695$$

$$\text{Soit un taux trimestriel de } 2,47\%$$

c) si  $I_m$  est le taux mensuel équivalent :

$$(1 + I_m)^{12} = 1,12 \implies I_m = 1,12^{1/12} - 1$$

$$I_m = 0,00944887$$

$$\text{Soit un taux mensuel de } 0,949\%$$

---

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise en utilisant les taux proportionnels et les taux équivalents.

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 8 : individuellement

Enoncé :

On place un capital de 15 000 dh pendant 4 ans au taux annuel de 9 %. Calculer sa valeur acquise si la période de capitalisation est :

- Le semestre

- Le trimestre

1-En utilisant les taux proportionnels.

2-En utilisant les taux équivalents.

---

### Corrigé TP 8 :

1- Avec les taux proportionnels et à 9% annuel correspond

$9/2=4,5$  % par semestre

$9/4=2,25\%$  par trimestre

Les deux valeurs acquises sont :

Pendant  $4 \times 2 = 8$  semestres

$$C_8=15000(1,045)^8=21\,331,50 \text{ dh}$$

Pendant  $4 \times 4 = 16$  trimestres

$$C_{16}=(1,0225)^{16} = 21\,414,32 \text{ dh}$$

2- Avec les taux équivalents et à 9% annuel correspond :

$$I_s=(1,09)^{1/2} - 1 \text{ soit } 4,40\% \text{ par semestre ;}$$

$$I_t=(1,09)^{1/4} - 1 \text{ soit } 2,17\% \text{ par trimestre ;}$$

Les deux valeurs acquises sont :

Pendant  $4 \times 2 = 8$  semestres

$$C_8= 15000 (1,044)^8 = 21\,168,75 \text{ dh}$$

Pendant  $4 \times 4 = 16$  trimestres

$$C_{16}= 15000(1,0217)^{16}= 21\,147,81 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur actuelle

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 9 : individuellement

Enoncé :

Calculer les valeurs actuelles des placements suivants :

1)30000 dh payables dans 5 ans et 5 mois, taux 11 %, l'an.

2)3500dh payables dans 6 ans, taux 9,5 %, l'an.

3)18 000 dh payables dans 13 ans 2 trimestres et 2 mois à 9 % l'an.

---

### Corrigé TP 9 :

$$1) C_0 = 30000(1,11)^{-(5+5/12)}$$

$$C_0 = 17045,97$$

$$2) C_0 = 35000(1,095)^{-6}$$

$$C_0 = 20\,304,09 \text{ dh}$$

3) calcul de la durée : 13 ans  
2 trimestres  
2 mois

}            13 ans et 8 mois

$$\text{Donc } C_0 = 18000(1,09)^{-(13+8/12)}$$

$$C_0 = 5543,41 \text{ dh}$$

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur actuelle

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 10 : individuellement

Enoncé :

- 1- M Kadiri achète un véhicule à crédit.  
Il paie 2200 dh au comptant , 3800 dh dans un an et 5300 dans 2 ans .  
Si le taux d'intérêt utilisé est 6,24%, quel est le prix d'achat de son véhicule ?
- 2- Un organisme de crédit propose à M Kadiri de payer 1800 comptant , 2900 dh la fin des deux années suivantes et 2000 à la fin des troisième et quatrième années  
Le taux pratiqué étant 5,85 %, doit-il préférer ce mode de règlement ?

#### Corrigé TP 10 :

- 1- soit  $C_1$  La valeur actuelle du premier mode d'achat :

$$C_1 = 2200 + 3800(1,0624)^{-1} + 5300(1,0624)^{-2}$$

$$= 2200 + 3576,81 + 4695,69$$

$$= 10\,472,50 \text{ dh}$$

- 2- soit  $C_2$  La valeur actuelle du premier mode d'achat :

$$C_2 = 1800 + 2900(1,0585)^{-1} + 2900(1,0585)^{-2} + 2000(1,0585)^{-3} + 2000(1,0585)^{-4}$$

$$= 1800 + 2739,73 + 2588,31 + 1686,39 + 1593,19$$

$$= 10\,407,61 \text{ dh}$$

Le deuxième mode de financement est préférable

Objectifs ciblés : savoir calculer le taux

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 11 : individuellement

Enoncé :

On place à intérêts composés pendant 7 ans la somme de 15 000 dh .à la fin de ce placement ,la valeur acquise est de 19 409,22 dh

Calculer la valeur du taux d'intérêt composé de ce placement ?

#### Corrigé TP 11 :

On sait que  $15\,000(1+i)^7=19\,409,22$   
Donc  $(1+i)^7=1,293948$   
 $i = (1,293948)^{1/7} - 1$   
 $i=3,75\%$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer le taux  
Durée estimée : 20 min  
Déroulement du TP 12 : individuellement  
Énoncé :

une somme de 125 000 dh a été placée pour 3 ans à un taux semestriel  $i_s$ , à la fin du placement , cette somme est devenu 153 636,92 dh  
déterminer le taux semestriel de ce placement ?

---

**Corrigé TP 12 :**

en 3 ans , il y a  $3 \times 2 = 6$  semestres .  
si  $i_s$  est le taux semestriel inconnu, alors :

$125\,000(1+i_s)^6= 153\,636,92$   
 $(1+i_s)^6=1,229\,255$   
 $I_s=(1,229\,255)^{1/6}-1$   
 $I_s=3,5\%$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la durée  
Durée estimée : 25 min  
Déroulement du TP 13 : individuellement  
Énoncé :

On place au taux d'intérêt composé de 4,75% la somme de 2500 dh , à la fin du placement ,la valeur acquise est de 3623,87dh .  
Calculer la durée de ce placement ?

---

**Corrigé TP 13 :**

On sait que  $2500(1,0475)^n=3623,87$   
 $(1,0475)^n=1,449\,548$   
 $n=\frac{\log 1,449\,548}{\log (1,0475)}$   
 $n= 8$

---

Objectifs ciblés : savoir évaluer un capital à une date donnée

Durée estimée : 30 min  
Déroulement du TP 14 : individuellement  
Enoncé :

Un client doit régler à sa banque un montant de 100000 dh dans 5 ans . sachant que le taux des intérêts composés est de 10 % l'an, combien ,ce client paierait-il , si il réglait sa dette dans :

- a) 3 ans
- b) 7 ans

---

### Corrigé TP 14 :

soient :  $C_3$  la valeur acquise au bout de 3 ans  
 $C_5$  la valeur acquise au bout de 5 ans  
 $C_7$  la valeur acquise au bout de 7 ans

$$C_3 = C_0 (1+i)^3$$

$$C_5 = 100\ 000 = C_0 (1+i)^5 \text{ d'où : } C_0 = 100\ 000 (1+i)^{-5}$$

En remplaçant  $C_0$  par sa valeur dans  $C_3$ ,on aura :

$$C_3 = 100\ 000 (1+i)^{-5} (1+i)^3$$

$$C_3 = 100\ 000 (1,1)^{-5} (1,1)^3$$

$$C_3 = 100\ 000 (1,1)^{-2}$$

$$C_3 = 82\ 644,62 \text{ dh}$$

$$C_7 = C_0 (1+i)^7$$

En remplaçant  $C_0$  par sa valeur dans  $C_7$  ,on aura :

$$C_7 = 100\ 000 (1+i)^{-5} (1+i)^7$$

$$C_7 = 100\ 000 (1,1)^2$$

$$C_7 = 121\ 000 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer deux capitaux équivalents

Durée estimée : 30 min  
Déroulement du TP 15 : individuellement  
Enoncé :

Une lettre de change dont le montant est de 50 000 dh venant à échéance dans une durée de 2 ans est remplacé par un autre effet avec une date d'échéance dans 3 ans. Sachant que le taux d'escompte est de 12% l'an ; calculer la valeur nominale de l'effet de remplacement ,en choisissant comme date d'équivalence l'époque 0

---

### Corrigé TP 15 :

A l'époque 0,l'égalité des valeurs actuelles s'écrit :

$$50\ 000 (1+0,12)^{-2} = C_3 (1+0,12)^{-3}$$

$$C_3 = 50\ 000 (1,12)^1 \quad ; \quad C_3 = 56\ 000 \text{ dh}$$

Objectifs ciblés : savoir calculer de la durée  
Durée estimée : 30 min  
Déroulement du TP 16 : individuellement  
Enoncé :

Sachant que le taux annuel est de 7%, quelle est l'échéance d'un règlement de 185 000 dh qui substituera les règlements suivants :

- 100 000 dh échéant dans 5 ans ;
- 60 000 dh échéant dans 8 ans.

---

### Corrigé TP 16 :

A l'époque 0, l'équivalence entre les deux systèmes de règlements nous permet d'écrire :

$$185\,000 (1+0,07)^{-n} = [100\,000 (1+0,07)^{-5} + 60\,000 (1+0,07)^{-8}]$$
$$185\,000 (1+0,07)^{-n} = 71\,298,61798 + 34\,920,54627$$
$$(1,07)^{-n} = 0,574157644$$
$$\log(1,07)^{-n} = \log 0,574157644$$
$$(-n)\log(1,07) = \log 0,574157644$$
$$n = (-\log 0,574157644) / (\log 1,07) :$$

soit l'échéance du règlement qui est égale à 8 ans ,2 mois et 12 jours

---

Objectifs ciblés : savoir calculer un capital équivalent à plusieurs capitaux  
Durée estimée : 30 min  
Déroulement du TP 17 : individuellement  
Enoncé :

calculer la valeur nominale de l'effet unique, à échoir dans 4 ans et remplaçant les trois effets suivants :

- 16 500 dh à échoir dans 2 ans
- 30 000 dh à échoir dans 3 ans
- 45 000 dh à échoir dans 6 ans

Le taux d'escompte est de 9% par an

---

### Corrigé TP 17 :

Soit  $C_4$  la valeur nominale de l'effet unique.  
L'égalité des valeurs actuelles à l'époque 0 s'écrit :

$$C_4 (1,09)^{-4} = 16\,500 (1,09)^{-2} + 30\,000 (1,09)^{-3} + 45\,000 (1,09)^{-6}$$
$$C_4 (1,09)^{-4} = 63\,885,25401$$
$$C_4 = 90\,179,24 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer le capital placé, la durée de placement et le taux  
Durée estimée : 30 min  
Déroulement du TP 18 : individuellement

Enoncé :  
Un capital  $C_0$  étant placé à intérêts composés durant un certain nombre d'années ( $n$ ), a acquis une valeur de 650 00 dh. En considérant que, s'il avait été placé durant une période de 3 ans, sa valeur acquise aurait été égale à 700 000 dh ; et que s'il avait été placé durant ( $n+3$ ) années, sa valeur acquise aurait été égale à 750 000 dh ; calculer :

---

- le capital  $C_0$  ;
- le taux annuel de placement ;
- la durée de placement  $n$  .

---

### Corrigé TP 18 :

Soient :  $C_0$  la valeur du capital de placement ;

$i$  : le taux annuel de placement

$n$  : le nombre d'années de placement

la valeur acquise pour  $n$  années de placement est égale à :

$$C_0(1+i)^n = 650\,000 \quad (1)$$

La valeur acquise pour  $(n+3)$  années de placement est égale :

$$C_0(1+i)^{n+3} = 750\,000 \quad (2)$$

La valeur acquise pour 3 années de placement est égale :

$$C_0(1+i)^3 = 700\,000 \quad (3)$$

En divisant l'équation (1) par (2), on obtient :

$$\frac{C_0(1+i)^n}{C_0(1+i)^{n+3}} = \frac{650\,000}{750\,000}$$

$$\frac{(1+i)^n}{(1+i)^n(1+i)^3} = 0,8666666666$$

$$\frac{(1+i)^n}{(1+i)^n(1+i)^3} = 0,8666666666$$

$$(1+i)^{-3} = 0,8666666666$$

$$1+i = (0,8666666666)^{-1/3} - 1 = 0,048856248; \text{ soit } i=4,88\%$$

En remplaçant  $i$  par sa valeur dans l'équation (3), on aura :

$$C_0 = (1+0,0488)^3 = 700\,000$$

$$C_0 = 700\,000 / (1,0488)^3 = 606\,666,6687$$

$$\text{Soit } C_0 = 606\,666,66 \text{ dh}$$

En remplaçant le taux et le capital par leurs valeurs dans l'équation (1), on aura :

$$606\,666,66(1+0,0488)^n = 650\,000$$

$$(1,0488)^n = 650\,000 / 606\,666,66 = 1,071428568$$

$$n = (\log 1,071428568) / (\log 1,0488) = 1,4480$$

soit, une durée de placement de 1 an, 5 mois et 11 jours.

## Fiche séquence

Filière	Technicien Spécialisé en Gestion des Entreprises	
Module	Mathématiques financières	Masse horaire : 60H00
Séquence N°3	<b>Les annuités</b>	Temps prévu : 15H00
Objectif de la séquence	Le stagiaire doit savoir utiliser la technique des annuités	

### Points à traiter

Points à traiter	
1	Calcul des annuités constantes de fin de période
2	Calcul des annuités de début de période
3	Évaluation d'une suite d'annuités à une époque et à date quelconques
4	Calculs d'actualisation et de rentabilité

## Partie Pratique

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP1 : individuellement

Enoncé :

Suite à un emprunt, un individu doit verser suivant une suite de 10 annuités de 75 000 dh pour chacune d'elle.

Sachant que le taux est de 9 % l'an, déterminer la valeur acquise lors du dernier versement ?

---

**Corrigé TP 1 :**

On sait que  $A_n = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$   
n= 10 ;      i= 9%    ; a = 75 000 dh

$$A_{10} = 75\,000 \frac{(1,09)^{10} - 1}{0,09}$$

$$A_{10} = 1\,139\,469,79 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP2 : individuellement

Enoncé :

Calculer la valeur acquise ,au moment du dernier versement ,par une suite de 15 annuités de 35 000 dh chacune .taux 10 % l'an ?

---

**Corrigé TP 2 :**

On sait que  $A_n = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$   
n= 15 ;      i= 10%    ; a = 35 000 dh

$$A_{15} = 35\,000 \frac{(1,1)^{15} - 1}{0,1}$$

$$A_{15} = 1\,112\,036,86 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP3 : individuellement

Enoncé :

Sachant que le taux annuel est de 10 %, déterminer la valeur acquise par un placement de 60 000 dh par semestre durant 16 semestres ?

---

**Corrigé TP 3 :**

Du fait que la période de placement est semestrielle, on doit déterminer le taux semestriel équivalent au taux annuel de 10 % :

$$(1+i_s)^2 = (1+0,10)$$

$$(1+i_s) = (1,10)^{1/2}$$

$$i_s = (1,10)^{1/2} - 1$$

$i_s = 4,8808848\%$  ,taux semestriel

$$A_{16} = 6\,000 \frac{(1,048808848)^{16} - 1}{0,048808848}$$

$A_{16} = 140\,579,69$  dh la valeur acquise pendant 16 semestres

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur acquise

Durée estimée : 40 min

Déroulement du TP4 : individuellement

Enoncé :

Un client effectue les placements suivants :

- 45 000 dh en date du 01/01/2004
- 3000 dh tous les mois, du 01/01/2005 au 01/01/2007
- 4000 dh tous les mois, du 01/02/2007 au 01/01/2010

En appliquant un taux de 6% l'an, combien ce client dispose en date du 01/01/2010 dans son compte ?

---

**Corrigé TP 4 :**

Calcul du taux mensuel  $i_m$  équivalent au taux annuel de 6 % :

$$(1+i_m)^{12} = (1,06)$$

$$(1+i_m) = (1,06)^{1/12}$$

$$i_m = (1,06)^{1/12} - 1$$

$$i_m = 0,00486755$$

$i_m = 0,486755\%$  taux mensuel

soit A la valeur acquise au 01/01/2010 de tous ces placements:

$$A = \left[ 45\,000 (1,06)^6 \right] + \left[ 3000 \frac{(1,00486755)^{24} - 1}{0,00486755} (1,06)^3 \right] + \left[ 4\,000 \frac{(1,00486755)^{35} - 1}{0,00486755} \right]$$

$$A = 63\,833,35995 + 90\,729,14738 + 152\,229,9555$$

$$A = 306\,792,46 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur actuelle

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP5 : individuellement

---

**Enoncé :**

Déterminer la valeur actuelle à l'origine d'une suite de 9 annuités de 62 000 dh chacune, en tenant compte de ce le taux d'escompte est de 9,5 % l'an

---

**Corrigé TP 5 :**

$$A_0 = 62\,000 \frac{1 - (1 + 0,095)^{-9}}{0,095}$$

$$A_0 = 364\,267,67 \text{ dh}$$

La table n°4 donne les valeurs de  $\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur actuelle

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP6 : individuellement

Enoncé :

Calculer la valeur actuelle d'une suite de 12 annuités de 32 500 dh chacun .taux d'escompte 8,5% l'an

---

**Corrigé TP 6 :**

$$A_0 = 32\,500 \frac{1 - (1 + 0,085)^{-12}}{0,085}$$

$$A_0 = 238\,702,30 \text{ dh}$$

La table n°4 donne les valeurs de  $\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$

les intérêts versés à l'occasion de cette opération d'escompte, peuvent être calculés :

$$I = (12 \times 32\,500) - 238\,702,30 = 151\,297,70$$

---

Objectifs ciblés : savoir calculer la valeur actuelle et la valeur acquise

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 7 : individuellement

Enoncé :

Une personne place chaque année une somme de 15 000 dh et ce pendant 10 ans .en considérant que le taux de placement est de 6 % l'an pour les 6 premières années et de 7% l'an pour les années restantes ,déterminer :

- 1) La valeur acquise à la 10<sup>ième</sup> année ;
  - 2) La valeur de ce placement une année avant le premier placement
-

### Corrigé TP 7 :

Soit A la valeur acquise à la 10<sup>ième</sup> année

$$1) \text{ On a } A = 15\,000 \frac{(1,06)^6 - 1}{0,06} + 15\,000 (1,07)^4$$
$$A = 137\,148,29 + 19\,661,94$$
$$A = 156\,810,23 \text{ dh}$$

$$2) V_0 = A(1,07)^{-4} (1,06)^{-6}$$
$$V_0 = 84\,334,27 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : calculer la valeur de l'annuité

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 8 : individuellement

Enoncé :

Déterminer le montant qu'il faut verser à la fin de chaque trimestre pendant une durée de 9 ans, pour constituer à la fin du dernier versement, un capital de 600 000 dh .le taux trimestriel de 2% ?

---

### Corrigé TP 8 :

On a 9 ans ce qui correspond à ( 9 x 4 )= 36 trimestres

$$n=36 ; A_{36}=600\,000 ; i = 0,02$$

$$a = A_n \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$a = 600\,000 \frac{0,02}{(1,02)^{36} - 1}$$

$$a = 11\,539,71 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : calculer la valeur de l'annuité

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 9 : individuellement

Enoncé :

A fin d'aboutir à un capital de 250 000 dh, un client effectue des versements annuels constants au taux de 5% l'an et ce pendant 6 ans .

Déterminer le montant de cette annuité constante ?

**Corrigé TP 9 :**

$n= 6 ; A_6= 250\ 000 ; i = 0,05$

$$a = A_n \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$a = \frac{600\ 000 \times 0,05}{(1,05)^6 - 1}$$

$$a = 36\ 754,36$$


---

Objectifs ciblés : calculer la valeur de l'annuité

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 10 : individuellement

Enoncé :

Ayant emprunté une somme de 600 000 dh, combien doit-on payer à la fin de chaque année de l'emprunt à rembourser, si le versement est composé de 12 annuités constantes ? le taux d'escompte étant de 11% l'an.

---

**Corrigé TP 10 :**

On a

$n= 12 ; A_0= 600\ 000 ; i = 0,11$

on sait que  $V_0= a \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$

$$\text{donc } a = V_0 \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$a= 600\ 000 \frac{0,11}{1 - (1,11)^{-12}}$$

$$a= 92\ 416,37 \text{ dh}$$


---

Objectifs ciblés : calculer la valeur acquise (annuité début de période)

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 11 : individuellement

Enoncé :

Calculer le capital constitué un an après le dernier versement ,par une suite de 12 annuités de 27 000 dh chacune. Taux 9% l'an ?

---

**Corrigé TP 11 :**

On sait que :

$$B_n = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \times (1+i)$$

↑  
au moment du dernier versement

← 1 période après

donc

$$B_{12} = 27\,500 \frac{(1,09)^{12} - 1}{0,09} (1,09)$$

$$B_{12} = 603\,718,08 \text{ dh}$$


---

Objectifs ciblés : calculer la valeur actuelle (annuité début de période)

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 12 : individuellement

Enoncé :

Calculer la valeur actuelle, au moment du versement du 1<sup>er</sup> terme, par une suite de 15 annuités de 31 000 dh chacune. taux d'escompte 12,5% ?

---

**Corrigé TP 12 :**

On sait que

$$B_0 = a \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} (1+i)$$

$$B_0 = 31\,000 \frac{1 - (1,125)^{-15}}{0,125} \times (1,125)$$

$$B_0 = 231\,322,18 \text{ dh}$$


---

Objectifs ciblés : calcul du taux

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 13 : individuellement

Enoncé :

déterminer le taux d'escompte appliqué, en considérant qu'une suite de 11 annuités de 130 000 dh chacune, a une valeur actuelle à l'origine de 780 000 DH ?

---

**Corrigé TP 13 :**

On sait que

$$780\,000 = 130\,000 \left[ \frac{1 - (1+i)^{-12}}{i} \right]$$

Donc

$$\left[ \frac{1 - (1+i)^{-12}}{i} \right] = 6$$

voir tables financières (table n°4)

$$12,75\% \longrightarrow 5,9849426$$

$$i \% ? \longrightarrow 6$$

$$12,5\% \longrightarrow 6,0534762$$

Par interpolation linéaire, on trouve :

$$i = 12,50 + (12,75 - 12,50) \frac{6 - 5,9849426}{6,0534762 - 5,9849426} = 12,5553114$$

Soit,  $i \approx 12,55\%$ .

---

Objectifs ciblés : calcul du taux

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 14 : individuellement

**Énoncé :**

suite au versement de 8 annuités de 16 000 dh chacune, on abouti au dernier versement à un capital de 168 000 dh.

Déterminer le taux de cette capitalisation ?

---

**Corrigé TP 14 :**

On sait que  $A_n = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

$$168\,000 = 16\,000 \frac{(1+i)^8 - 1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^8 - 1}{i} = \frac{168\,000}{16\,000} = 10,5$$

en faisant un calcul par tâtonnement ou en utilisant la table n°3, on trouve que :

$$7,5\% \longrightarrow 10,446371$$

$$i = ? \longrightarrow 10,5$$

$$7,75\% \longrightarrow 10,541034$$

Et par interpolation linéaire, on a

$$i = 7,5 + (7,75 - 7,5) \frac{10,5 - 10,446371}{10,541034 - 10,446371}$$

D'où  $i \approx 7,64\%$

---

Objectifs ciblés : calcul du nombre d'annuité

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 15 : individuellement

---

**Enoncé :**

Suite au versement de n annuités de 40 000 dh chacune ,on forme un capital de 425 465,10 dh. sachant que le taux est de 8% l'an, déterminer la valeur de n ?

**Corrigé TP 15 :**

On sait que  $425\,465,10 = 40\,000 \frac{(1,08)^n - 1}{0,08}$

$$\frac{(1,08)^n - 1}{0,08} = \frac{425\,465,10}{40\,000} = 10,63662763$$

$$(1,08)^n = 1,85093021$$

$$\log(1,08)^n = \log 1,85093021$$

$$n \log(1,08) = \log 1,85093021$$

$$n = (\log 1,85093021) / \log(1,08) = 7,999999$$

du fait que n doit être entier, on prend n = 8

Objectifs ciblés : calcule du nombre d'année de placement

Durée estimée : 20 min

Déroulement du TP 16 : individuellement

Enoncé :

En capitalisant au taux de 8% l'an des annuités constantes de 60 000 dh, on aboutie à une valeur acquise de 998 729,25 dh .

Déterminer le nombre d'année correspondant à ce placement ?

**Corrigé TP 16 :**

$$A=998\,729,25= 60\,000 \frac{(1,08)^n - 1}{0,08}$$

$$(1,08)^n = 2,331639$$

$$n=(\log 2,331639) / (\log 1,08)$$

$$n= 11 \text{ ans}$$

Objectifs ciblés : évaluer une annuité à une date quelconque

Durée estimée : 40 min

Déroulement du TP 17 : individuellement

Enoncé :

Le 31/10/95 un particulier s'engage, auprès d'un organisme de capitalisation , à verser 12 annuités de 32 500 dg chacune. Sachant que le taux est de 9% l'an et que le premier versement doit être effectué le 31/10/96,calculer le capital constitué :

- 1) Au 31/10/2007
- 2) Au 31/03/2008
- 3) Au31/10/2009
- 4) Au 31/10/2010

**Corrigé TP 17 :**

- 1) Au 31/12/2007 on se situe au moment du dernier versement :

$$A_{12} = 32\,500 \frac{(1,09)^{12} - 1}{0,09}$$

$$A_{12} = 654\,573,39 \text{ dh}$$

- 2) Au 31/03/2008 on distingue deux solutions

- Solution rationnelle :

$$A_{12+5/12}^r = A_{12}(1+5/12 \times 0,09) = 679\,119,90 \text{ dh}$$

- Solution commerciale

$$A_{12+5/12}^c = A_{12} \times (1,09)^{5/12} = 678\,504,48 \text{ dh}$$

- 3) Au 31/10/2009 on a :

$$A_{14} = A_{12} \times (1,09)^2$$

$$A_{14} = 777\,698,65 \text{ dh}$$

- 4) Au 31/10/2010 on a :

$$A_{15} = A_{12} \times (1,09)^3$$

$$A_{15} = 847\,691,53 \text{ dh}$$

Objectifs ciblés : utiliser la technique d'annuité

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 18 : individuellement

Enoncé :

Un industriel verse, auprès d'un organisme financier, 6 annuités constantes. Le capital constitué, deux ans après le dernier versement s'élève à 550 000 dg . taux 10% l'an

- 1) Calculer le montant de l'annuité de placement

- 2) Le capital ainsi constitué sert à l'achat d'une machine mais il est insuffisant .

Le complément est alors financé à crédit au taux de 13% l'an. Sachant que cet emprunt est remboursable en 16 semestrialités de 49 064,45 dh chacune la première étant payable un après la date du contrat, calculer le prix de la machine ?(utiliser les taux proportionnels)

**Corrigé TP 18 :**

$$1) 550\,000 = a \frac{(1,1)^6 - 1}{0,1} \times (1,1)^2$$

$$a = 58\,912,45 \text{ dh}$$

- 2) Le prix de la machine est égale à :

$$P = 550\,000 + 49\,064,45 \frac{1 - (1,065)^{-16}}{0,065} \times (1,065)^{-1}$$

$$P = 1\,000\,000 \text{ dh}$$

Objectifs ciblés : utiliser la technique d'annuité

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP 19 : individuellement

**Enoncé :**

Un établissement bancaire octroi des crédits logements avec les conditions suivantes :

- Le taux annuel est de 11% ;
- Le remboursement est effectué sur 15 ans avec des montants mensuels constants ;
- La première mensualité est payable un mois après la date de signature du contrat ;
- Le montant mensuel de remboursement doit être inférieur ou égal à 35% du salaire net de l'emprunteur .

Déterminer la somme maximale que peut octroyer cette banque à un individu dont le salaire net est de 5 000 dh ?

---

**Corrigé TP 19 :**

Le montant de remboursement maximale de cette personne (par mois) est égal à :

$$5\,000 \times 0,35 = 1\,750 \text{ dh / mois}$$

$$15 \text{ ans} = (15 \times 12 \text{ mois}) = 180 \text{ mois}$$

Détermination du taux équivalent au taux annuel de 11% :

Soit  $i_m$  ce taux semestriel ;

$$(1 + i_m)^{12} = (1,11)$$

$$(1 + i_m) = (1,11)^{1/12}$$

$$i_m = (1,11)^{1/12} - 1$$

$$i_m = 0,00873459$$

$$i_m = 0,873459\% \text{ taux mensuel}$$

$$V_0 = 1\,750 \frac{1 + (0,873459\%)^{180}}{0,00873459}$$

$V_0 = 158\,478,20$  dh Donc la somme maximale qui peut être octroyée à cette personne est de 158 478,80

## Fiche de séquence

Filière	Technicien Spécialisé en Gestion des Entreprises	
Module	Mathématiques financières	Masse horaire : 60H00
Séquence N°4	<b>Les emprunts indivis</b>	Temps prévu : 12H30
Objectif de la séquence	La stagiaire doit savoir construire un tableau d'amortissement D'un emprunt et établir la relation entre ses différents éléments	

3	Construction du tableau d'amortissement de l'emprunt
4	Détermination des éléments d'un emprunt
5	Remboursement d'emprunt à amortissement constant
3	Construction du tableau d'amortissement de l'emprunt
4	Détermination des éléments d'un emprunt
5	Remboursement d'emprunt à amortissement constant

## Partie Pratique

Objectifs ciblés : savoir établir le tableau d'amortissement d'un emprunt

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP1 : individuellement

Enoncé :

Un emprunt de 200 000 dh est remboursable à l'aide de 6 annuités, la première venant à échéance un an après la date du contrat .taux :11%.sachant que les amortissements sont respectivement 35000 dh ,20000 dh ,50000 dh ,40000 dh et 10000 dh .établir le tableau d'amortissement de l'emprunt considéré ?

### Corrigé TP1 :

Le tableau d'amortissement se présente comme suit

Période	CDP	intérêt	Amortissement	annuité	CFP
1	200 000	22 000	35 000	57 000	165 000
2	165 000	18 150	20 000	38 150	145 000
3	145 000	15 950	50 000	65 950	95 000
4	95 000	10 450	40 000	50 450	55 000
5	55 000	6 050	10 000	16 050	45 000
6	45 000	4 950	45 000	49 950	0

- L'intérêt de la première année se calcul comme suit :

$$I_1 = 200\,000 \times 0,11 = 22\,000 \text{ dh}$$

- En additionnant l'intérêt et le premier amortissement, on obtient l'annuité  $a_1$

$$a_1 = 22\,000 + 35\,000 = 57\,000 \text{ dh}$$

- en retranchant l'amortissement du capital au début d'une période on obtient le capital restant dû au début de la période suivante , par exemple :

$$C_1 = 200\,000 - 35\,000 = 165\,000 \text{ dh}$$

- le calcul du dernier amortissement :

$$M_6 = 200\,000 - (35\,000 + 20\,000 + 50\,000 + 40\,000 + 10\,000)$$

$$M_6 = 45\,000$$

Objectifs ciblés : savoir établir le tableau d'amortissement d'un emprunt

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP2 : individuellement

Enoncé :

Un particulier emprunte une somme de 180 000 dh et s'engage à verser ,pendant 4 ans ,à la fin de chaque année de l'emprunt l'intérêt de la dette. Sachant que l'amortissement se fait en deux temps, une moitié à la fin de la deuxième année et l'autre moitié à la fin de la quatrième année, construire le tableau d'amortissement de cet emprunt taux 11% l'an ?

**Corrigé TP2 :**

les deux premières années l'emprunteur versera à la fin de chaque année 19 800 dh au titre d'intérêts(180 000 x 0,11 = 19 800). Pour les deux dernières années l'intérêt annuel n'est plus que de 9900 dh.en effet juste après le versement du deuxième terme, la dette initiale est réduite de moitié .d'où le tableau d'amortissement suivant :

Période	CDP	intérêt	amorti	annuité	CFP
1	180000	19800	0	19800	180000
2	180000	19800	90000	109800	90000
3	90000	9900	0	9900	90000
4	90000	9900	90000	99900	0

Objectifs ciblés : savoir établir le tableau d'amortissement d'un emprunt remboursable par annuités constante

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP3 : individuellement

Enoncé :

Un individu a fait un emprunt de 400 000 dh auprès d'un établissement de crédit . le remboursement a été contracté par 10 annuités constantes avec un taux annuel de 9,5% . construire le tableau d'amortissement de l'emprunt, que l'établissement doit présenter à son client ?

**Corrigé TP3 :**

Calcul de l'annuité constante :

$$400\,000 = a \frac{1 - (1 + 0,095)^{-10}}{0,095}$$

$$a = \frac{400\,000 \times 0,095}{1 - (1 + 0,095)^{-10}}$$

$$a = 63\,706,46 \text{ dh}$$

Période	CDP	intérêt	Amortissement	annuité	CFP
1	400 000	38 000(x)	25 706,46 (y)	63 706,46	374 293,54(z)
2	374 293,54	35 557,89	28 148,57	63 706,46	346 144,97
3	346 144,97	32 883,77	30 822,69	63 706,46	315 322,28
4	315 322,28	29 955,61	33 750,85	63 706,46	281 571,43
5	281 571,43	26 749,29	36 957,17	63 706,46	244 614,26
6	244 614,26	23 238,35	40 468,11	63 706,46	204 146,15
7	204 146,15	19 393,88	44 312,58	63 706,46	159 833,57
8	159 833,57	15 184,19	48 522,27	63 706,46	111 311,30
9	111 311,30	10 574,57	53 131,89	63 706,46	58 179,41
10	58 179,41	5 527,05	58 179,41	63 706,46	0

$$(x) : 400\,000 \times 0,095 = 38\,000$$

$$(y) : 63\,706,46 - 38\,000 = 25\,706,46$$

$$(z) : 400\,000 - 25\,706,46 = 374\,293,54$$

Objectifs ciblés : savoir établir le tableau d'amortissement d'un emprunt remboursable par annuités constante

Durée estimée : 40 min

Déroulement du TP4 : individuellement

Enoncé :

- Un emprunt indivis a été contracté comme suit :
- Le montant d'emprunt est de 600 000 dh
- La période de remboursement est de 9 années
- Les annuités de l'emprunt sont constantes
- Le taux de l'emprunt est de 9,5%

Construire le tableau d'amortissement de cet emprunt ?

---

#### Corrigé TP4 :

Calcul de l'annuité constante :

$$600\,000 = a \frac{1 - (1 + 0,095)^{-9}}{0,095}$$

$$a = \frac{600\,000 \times 0,095}{1 - (1,095)^{-9}}$$

$$a = 102\,122,73 \text{ dh}$$

Période	CDP	intérêt	Amortissement	annuité	CFP
1	600 000	57 000	45 112,73	102 122,73	554 877,27
2	554 877,27	52 713,34	49 409,38	102 122,73	505 467,89
3	505 467,89	48 019,38	54 103,28	102 122,73	451 364,61
4	451 364,61	42 879,64	59 243,09	102 122,73	392 121,52
5	392 121,52	37 251,55	64 871,18	102 122,73	327 250,34
6	327 250,34	31 088,79	71 033,94	102 122,73	256 216,40
7	256 216,40	24 340,56	77 782,17	102 122,73	178 434,23
8	178 434,23	16 951,26	85 171,47	102 122,73	93 262,76
9	93 262,76	8 859,79	93 262,76	102 122,73	0

Calcul du premier amortissement :  $M_1$

$$C_0 = M_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 600\,000$$

$$M_1 = \frac{0,095 \times 600\,000}{(1,095)^9 - 1} = 45\,122,73$$

---

Objectifs ciblés : savoir établir le tableau d'amortissement d'un emprunt remboursable avec des amortissement constants

Durée estimée : 40 min

Déroulement du TP5 : individuellement

Enoncé :

Sachant qu'un emprunt de 750 000 dh au taux de 9% l'an est remboursable suivant 10 annuités avec des amortissement constants ; construire le tableau d'amortissement de cet emprunt ?

**Corrigé TP5 :**

Calcul de l'amortissement constant :

$$M = \frac{C_0}{n} = \frac{750\,000}{10} = 75\,000 \text{ dh}$$

le tableau d'amortissement de l'emprunt est le suivant :

Période	CDP	intérêt	Amortissement	annuité	CFP
1	750 000	67 500	75 000	142 500	675 000
2	675 000	60 750	75 000	135 750	600 000
3	600 000	54 000	75 000	129 000	525 000
4	525 000	47 250	75 000	122 250	450 000
5	450 000	40 500	75 000	115 500	375 000
6	375 000	33 750	75 000	108 750	300 000
7	300 000	27 000	75 000	102 000	225 000
8	225 000	20 250	75 000	95 250	150 000
9	150 000	13 500	75 000	88 500	75 000
10	75 000	6 750	75 000	81 750	0

Objectifs ciblés : savoir établir le tableau d'amortissement d'un emprunt remboursable avec des amortissements constants

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP6 : individuellement

Enoncé :

Dresser le tableau d'amortissement d'un emprunt indivis de 200 000 dh contracté pour 10 ans tout en appliquant des amortissements constants ?

**Corrigé TP6 :**

Calcul de l'amortissement constant

$$M = \frac{C_0}{n} = \frac{200\,000}{10} = 20\,000 \text{ dh}$$

le tableau d'amortissement de l'emprunt est le suivant :

Période	CDP	intérêt	Amortissement	annuité	CFP
1	200 000	20 000	20 000	40 000	180 000
2	180 000	18 000	20 000	38 000	160 000
3	160 000	16 000	20 000	36 000	140 000
4	140 000	14 000	20 000	34 000	120 000
5	120 000	12 000	20 000	32 000	100 000
6	100 000	10 000	20 000	30 000	80 000
7	80 000	8 000	20 000	28 000	60 000
8	60 000	6 000	20 000	26 000	40 000
9	40 000	4 000	20 000	24 000	20 000
10	20 000	2 000	20 000	22 000	0

Chaque année l'annuité diminue de 2 000 dh ( 20 000 x 0,1)

Objectifs ciblés : calculer les éléments d'un emprunt

Durée estimée : 1 h

Déroulement du TP7 : sous groupe

Enoncé :

Soit le tableau d'amortissement d'un emprunt remboursable en n années par le versement d'annuités constantes et pour lequel on dispose des éléments suivants :

Période	Intérêts	Annuités	Amortissement
1	22 000	38 864,21	
2			
3			
4			23 064,02
.			

Sachant que la première annuité est payable une année après la date du contrat de crédit ;

- 1) Calculer le taux d'intérêt de l'emprunt ;
- 2) Déterminer le nominal de l'emprunt ;
- 3) Déterminer la durée de l'emprunt ;
- 4) Remplir le tableau d'amortissement

---

### Corrigé TP7 :

- 1) Calcul du taux d'intérêt :

Soit  $M_1$  = le premier amortissement ;

$M_4$  = le quatrième amortissement ;

$i$  = le taux d'intérêt de l'emprunt

$M_4 = 23\,064,02$  dh

$M_1$  se calcule facilement par déduction entre l'annuité et l'intérêt

$M_1 = 38\,864,21 - 22\,000 = 16\,864,21$  dh

Or, on sait que pour les annuités constantes, les amortissements successifs forment une suite géométrique croissante de raison  $(1+i)$  :

$$M_2 = M_1(1+i)$$

$$M_3 = M_2(1+i) = M_1(1+i)^2$$

$$M_4 = M_3(1+i) = M_1(1+i)^3$$

$$(1+i)^3 = M_4 / M_1$$

$$(1+i) = [M_4 / M_1]^{1/3}$$

$$i = [M_4 / M_1]^{1/3} - 1$$

$$i = [23\,064,02 / 16\,864,21]^{1/3} - 1 = 0,11$$

$$i = 11\%$$

- 2) calcul du nominal de l'emprunt :

Soit  $C_0$  le nominal de l'emprunt ;

$$C_0 i = 22\,000$$

$$C_0 = (22\,000 / i)$$

$$C_0 = (22\,000 / 0,11)$$

$$C_0 = 200\,000 \text{ dh}$$

- 3) Calcul de la durée de l'emprunt :

$$\text{On a } C_0 = a \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$\text{Et } C_0 = M_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

à partir de ces deux équations égales de  $C_0$  on déduit que :

$$a [1 - (1+i)^{-n}] / i = A_1 [(1+i)^n - 1] / i$$

$$(a / A_1) = [1 - (1+i)^{-n}] / [(1+i)^n - 1]$$

$$(a / A_1) = (1+i)^{-n} [(1+i)^n - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$(a / A_1) = (1+i)^{-n}$$

En introduisant la fonction logarithme sur les deux membres de l'égalité, on obtient :

$$\text{Log } (a / A_1) = \text{log}(1+i)^{-n}$$

$$\text{Log } (a / A_1) = -n \text{ log } (1+i)$$

$$n = (-\text{log } [(a / A_1)]) / (\text{log } (1+i))$$

$$n = (-\text{log } [(16\ 864,21 / 38\ 864,21)]) / (\text{log}(1+0,11))$$

$$n = 8,000000271$$

$n = 8$  la durée de l'emprunt est de 8 ans

#### 4) Tableau d'amortissement de l'emprunt

Période	CDP	intérêt	Amortissement	annuité	CFP
1	200 000	22 000	16 864,21	38 864,21	183 135,79
2	183 135,79	20 144,94	18 719,27	38 864,21	164 416,52
3	164 416,52	18 085,82	20 778,39	38 864,21	143 638,13
4	143 638,13	15 800,19	23 064,02	38 864,21	120 574,11
5	120 574,11	13 263,15	25 601,06	38 864,21	94 973,05
6	94 973,05	10 447,03	28 417,18	38 864,21	66 555,87
7	66 555,87	7 321,14	31 543,07	38 864,21	35 012,80
8	35 012,80	3 851,41	35 012,80	38 864,21	0

Objectifs ciblés : calculer les éléments d'un emprunt

Durée estimée : 40 min

Déroulement du TP 8 : sous groupe

Enoncé :

Un emprunt a été contracté pour être remboursé en n années avec des amortissements constant . en se basant sur les éléments donnés dans le tableau ci-dessous ;

Déterminer :

- Le taux de l'emprunt
- Le montant du capital emprunté
- La durée de l'emprunt
- Dresser le tableau d'amortissement de cet emprunt

Période	Intérêts	Annuités	Amortissement
1	34 500		
2		78 750	
3		73 000	50 000
.			

---

**Corrigé TP 8 :**

a) Calcul du taux de l'emprunt.

$$a_{j+1} - a_j = (-C_0/n) i$$

$$a_3 - a_2 = (-C_0/n) i$$

$$73\,000 - 78\,750 = (-C_0/n) i$$

$$5\,750 = (-C_0/n) i \quad (1)$$

$$A = C_0/n; \quad C_0/n = 50\,000 \quad (2)$$

En divisant l'équation (1) par l'équation (2), on obtient :

$$[C_0/n] / [(C_0/n)i] = 50\,000 / 5\,750$$

$$[1/i] = 50\,000 / 5\,750$$

$$i = (5\,750 / 50\,000)$$

$$i = 0,115$$

$$i = 11,5\%$$

b) Calcul du montant du capital emprunté

$$C_0 i = 34\,500$$

$$C_0 = (34\,500 / 0,115) = 300\,000 \text{ dh}$$

$$C_0 = 300\,000 \text{ dh}$$

c) Calcul de la durée de l'emprunt

$$\text{On a } A = (C_0/n)$$

$$\text{Donc } n = (C_0/A) = (300\,000 / 50\,000) = 6$$

La durée de l'emprunt est égale à 6 ans

a) Le tableau d'amortissement est le suivant :

Période	CDP	intérêt	Amortissement	annuité	CFP
1	300 000	34 500	50 000	84 500	250 000
2	250 000	28 750	50 000	78 750	200 000
3	200 000	23 000	50 000	73 000	150 000
4	150 000	17 250	50 000	67 250	100 000
5	100 000	11 500	50 000	61 500	50 000
6	50 000	5 750	50 000	55 750	0

---

Objectifs ciblés : calculer les éléments d'un emprunt

Durée estimée : 40 min

Déroulement du TP 9 : sous groupe

Enoncé :

Sachant qu'un emprunt est contracté au taux de 6 % et qu'il est amortissable en 36 annuités constante de 3260 dh chacune déterminer :

- 1) Le dernier et le premier amortissement
  - 2) Le montant de l'emprunt
  - 3) 31<sup>ième</sup> amortissement
  - 4) Le montant restant dû après le versement de la 31<sup>ième</sup> annuité
  - 5) Le montant du capital qui a été remboursé après le versement de la 31<sup>ième</sup> annuité
-

### Corrigé TP 9 :

1)  $a_n = A_n(1+i) = a$

pour le cas des annuités constantes, l'annuité est égale au dernier amortissement augmenté de ses intérêts

$$a = A_n(1+i) = A_n + (A_n i)$$

$$3260 = A_{36}(1+0,06)$$

$$A_{36} = 3260 (1+0,06)^{-1}$$

$$A_{36} = 3075,47 \text{ dh}$$

Pour les annuités constant, les amortissements successifs forment une suite géométrique croissante de raison égale à  $(1+i)$

$$A_{j+1} = A_j(1+i)$$

$$A_2 = A_1(1+i)$$

$$A_3 = A_2(1+i) = A_1(1+i)^2$$

$$A_n = A_1(1+i)^{n-1}$$

$$A_{36} = A_1(1+i)^{35}$$

$$A_1 = A_{36}(1+i)^{-35}$$

$$A_1 = 3075,47(1+0,06)^{-35}$$

$$A_1 = 400,14$$

2) soit  $C_0$  le montant de l'emprunt :

$$C_0 = a \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$C_0 = 3260 \frac{1 - (1+0,06)^{-36}}{0,06}$$

$$C_0 = 47\,664,42 \text{ dh}$$

3)  $A_{31} = A_1(1+i)^{30}$

$$A_{31} = 400,13(1+0,06)^{30}$$

$$A_{31} = 2298,14 \text{ dh}$$

4) Le montant restant dû après le versement de la 31<sup>ième</sup> annuités est égal au total des valeurs actuelles des annuités qui ne sont pas encore versées : soit  $C_{31}$  ce montant ;

$$C_{31} = 3260 \frac{1 - (1+0,06)^{-(36-31)}}{0,06}$$

$$C_{31} = 13\,732,30 \text{ dh}$$

5) Soit  $MR_{31}$  le montant du capital remboursé après le versement de la 31<sup>ième</sup> annuité ;

$$C_0 = MR_{31} + C_{31}$$

$$MR_{31} = C_0 - C_{31}$$

$$MR_{31} = 47\,664,42 - 13\,732,30$$

$$MR_{31} = 33\,932,12 \text{ dh}$$

---

Objectifs ciblés : savoir établir le tableau d'amortissement d'un emprunt avec TVA

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP10 : individuellement

Enoncé :

Un emprunt de 100 000 dh est remboursable en 5 années par des annuités constantes. Sachant que le taux des intérêts est de 10% et que le taux de TVA sur les intérêts est de 10% ; dresser le tableau d'amortissement de l'emprunt ?

**Corrigé TP 10 :**

Soient : a = l'annuité constante

I = le montant d'intérêt

i = 10% = 0,10 le taux d'intérêt

$a = (I + \text{TVA} + \text{Amortissement})$

pour un capital de 100 dh , on doit payer 10 dh par an comme intérêt .et pour 10 d'intérêt on applique 10% de TVA : 10 dh x 10% =1 dh .donc pour un emprunt de 100 dh ,on doit verser (10+1)dh =11 dh d'intérêts TTC par an .cela revient à dire que le taux est de 11 % par an .soit  $i' = 11\%$

donc le montant de l'annuité constant est :

$$a = 100\,000 \frac{0,11}{1-(1,11)^{-5}}$$

a = 27 057,03

le tableau d'amortissement de l'emprunt :

Période	CDP	intérêt	TVA	Amortiss	annuités	CFP
1	100 000	10 000	1000	16 057,04	27 057,03	83 942,96
2	83 942,96	8 394,30	839,43	17 823,31	27 057,03	66 119,66
3	66 119,66	6 611,97	661,97	19 783,88	27 057,03	46 335,79
4	46 335,79	4 633,58	463,36	21 960,10	27 057,03	24 375,71
5	24 375,71	2 437,57	243,76	24 375,71	27 057,03	0

Objectifs ciblés : savoir établir le tableau d'amortissement d'un emprunt avec TVA

Durée estimée : 30 min

Déroulement du TP11 : individuellement

Enoncé :

Un emprunt a été contracté comme suit :

- Le montant de l'emprunt est de 500 000 dh
- Le taux d'intérêt est de 8% l'an ;
- Le taux de TVA est de 10 % sur les intérêts ;
- Le remboursement par 5 annuités constantes avec un différé de deux ans .

Dresser le tableau d'amortissement de cet emprunt ?

**Corrigé TP 11 :**

Du fait qu'on a un différé de 2 ans, les premières années ne doivent contenir que les intérêts de l'année tous taxes comprises . A la troisième année, on aura le montant de l'emprunt qui n'a pas changé puisqu'à la fin de chaque année il y a versement des intérêts uniquement .

Calcul de l'annuité constante à partir de la 3<sup>ième</sup> année :

$$\text{On } C_0 = a \frac{1 - (1+i')^{-n}}{i'}$$

$$\text{donc } a = \frac{i'}{1 - (1+i')^{-n}} \quad ; (i' = 0,08 \times 1,10 = 0,088)$$

$$a = 500\,000 \frac{0,088}{1 - (1,088)^{-5}}$$

$$a = 127\,879,85 \text{ dh}$$

le tableau d'amortissement de l'emprunt :

Période	CDP	intérêt	TVA	Amortiss	annuités	CFP
1	500 000	40 000	4000	0	44 000	500 000
2	500 000	40 000	4000	0	44 000	500 000
3	500 000	40 000	4000	83 879,85	127 879,85	416 120,15
4	416 120,15	33 289,61	3328,96	91 261,28	127 879,85	324 858,88
5	324 858,88	25 988,71	2598,87	99 292,27	127 879,85	225 566,61
6	225 566,61	18 045,33	1804,53	108 029,99	127 879,85	117 536,62
7	117 536,62	9 402,93	940,29	117 536,62		0

## Examen de fin de module

### **Exercice 1 (6 pts)**

Une personne place 90 000 dh le 16 juin au taux annuel de 11%.calculer la valeur acquise en date du 30 août de la même année ?

### **Exercice 2 (8pts)**

Deux capitaux sont placés à intérêts simples pendant 2 ans .le plus petit à 11% ,l'autre à 9%. Trouver les capitaux sachant que le plus petit a rapporté 280 dh de plus que l'autre et que la différence entre les deux capitaux est de 1000 dh

### **Exercice 3 (8pts)**

Pour l'achat d'une voiture ,un client a le choix entre deux modalités de règlement suivantes :

- a) Paiement de 250 000 dh dans un an ;
- b) Paiement de 150 000 dh dans 3 ans et de 120 000 dh dans 4 ans .

Sachant que le taux annuel est de 5%, laquelle des deux modalités, ce client a tendance à choisir

### **Exercice 4(9pts)**

Un client ,place chaque année et durant 8 années ,une somme de 9000 dh.a la fin de la 8<sup>ième</sup> année, il a constitué un capital de 95 000 dh .déterminer le taux appliqué a ce placement ?

### **Exercice 5(pts)**

Un industriel a contracté auprès d'une banque un emprunt de 450 000 dh au taux de 13,5% l'an .cet emprunt est remboursable en 6 annuités ,la première étant payable un an après la date du contrat .

- 1- Construire la 3<sup>ième</sup> ligne du tableau d'amortissement
- 2- Déterminer la dette qui reste à payer juste après le paiement de la 4<sup>ième</sup> annuité.

## Correction de l'Examen de fin de module :

### Exercice 1

$$\text{Valeur acquise} = C + I = C + \frac{C \cdot t \cdot n}{36\,000}$$

Du 16 juin au 30 août on a :

$$[(30 - 16) + 31 + 30] = 75$$

Soit  $n = 75$  jours

$$\text{Valeur acquise} = 90\,000 + \frac{90\,000 \times 11 \times 75}{36\,000}$$

$$\text{Valeur acquise} = 92\,062,50 \text{ dh}$$

### Exercice 2

Soit  $C_1$  le plus petit capital, les deux capitaux  $C_1$  et  $C_2$  vérifient les relations (1) et (2) :

$$C_2 - C_1 = 1\,000 \quad (1)$$

$$\frac{C_1 \times 2 \times 11}{100} - \frac{C_2 \times 2 \times 9}{100} = 280 \quad (2)$$

$$\text{De (1) on a : } C_2 = 1\,000 + C_1$$

remplaçons dans (2) :

$$22 C_1 - 18 (C_1 + 1000) = 28\,000$$

$$4 C_1 = 28\,000 + 18\,000$$

D'où

$$C_1 = 11\,500 \text{ dh ; } C_2 = 12\,500 \text{ dh}$$

### Exercice 3

a) Calcul de la valeur actuelle à l'époque 0 :  $C_a$

$$C_a = 250\,000 (1,05)^{-1}$$

$$C_a = 238\,095,23 \text{ dh}$$

b) Calcul de la valeur actuelle à l'époque 0 :  $C_b$

$$C_b = 150\,000 (1,05)^{-3} + 120\,000 (1,05)^{-3}$$

$$C_b = 228\,299,93 \text{ dh}$$

Du fait que  $C_b < C_a$  ; le client a intérêt de choisir la deuxième modalité de règlement

### Exercice 4

A la fin de la 8<sup>ième</sup> année, la valeur acquise est de 95 000 dh

$$95\,000 = 9\,000 \frac{(1+i)^8 - 1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^8 - 1}{i} = 10,55555556$$

on utilise la méthode d'essai successifs et linéaire

pour  $i = 7,5\%$   $\longrightarrow$   $\frac{(1+i)^8 - 1}{i} = 10,446371$

pour  $i = ?$   $\longrightarrow$   $\frac{(1+i)^8 - 1}{i} = 10,55555556$

pour  $i = 7,5\%$   $\longrightarrow$   $\frac{(1+i)^8 - 1}{i} = 10,636628$

par interpolation linéaire on obtient :

$$i = 7,5 + (8-7,5) \frac{10,55555556 - 10,446371}{10,636628 - 10,446371}$$

$i = 7,79\%$

### **Exercice 5**

a) On calcule l'annuité :

$$a = 450\,000 \frac{0,135}{1 - (1,135)^{-6}} = 114\,140,64 \text{ dh}$$

- Le 3<sup>ième</sup> amortissement est :

$$M_3 = M_1(1+i)^2 = 450\,000 \frac{0,135}{(1,135)^6 - 1} \times (1,135)^2$$

$$M_3 = 68\,779,16 \text{ dh}$$

- Par soustraction on obtient l'intérêt :

$$I_3 = a - M_3 = 45\,361,48 \text{ dh}$$

- En divisant par le taux d'intérêt on obtient le capital de début de période :

$$DV_2 = 336\,010,98 \text{ dh}$$

- D'où la 3<sup>ième</sup> ligne du tableau d'amortissement

Période	CDP	I	amortis	Annuité	CFP
3	336 010,98	45 361,48	68 779,16	114 140,64	

b)  $DV_4 = 450\,000 \frac{(1,135)^6 - (1,135)^4}{(1,135)^6 - 1} = 189\,167,47 \text{ dh}$

## Bibliographie:

- « *Mathématiques financières* » de *Abdelati Sadiki et Najib Milou* ;
- « *Maîtriser les mathématiques financières* » de *Abdellah Charqi* ;
- « *Mathématiques financières* » de *Claude Anne et Gérard Chaigneau*